Downloaded from UvA-DARE, the institutional repository of the University of Amsterdam (UvA)
http://dare.uva.nl/document/351268

File ID	351268
Filename	Samenvatting

SOURCE (OR PART OF THE FOLLOWING SOURCE):

Type	Dissertation
Title	Fitting model parameters in conformal geometric algebra to Euclidean observation data
Author	C. Cibura
Faculty	Faculty of Science
Year	2012
Pages	xv, 151
ISBN	978-94-6182-072-3

FULL BIBLIOGRAPHIC DETAILS:
http://dare.uva.nl/record/407057

Copyright

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other then for strictly personal, individual use.

UvA-DARE is a service provided by the library of the University of Amsterdam (http://dare.uva.nl)

Samenvatting

Het aanpassen van geometrische modellen aan geobserveerde data is een fundamenteel probleem dat vaak optreedt in uiteenlopende applicaties zoals 3D reconstructie, registratie, *motion capturing*, object herkenning, *augmented reality* en veel meer. De modellen die worden gebruikt en de beschikbare observaties variëren sterk. Gebruikelijke modellen omvatten geometrische primitieven zoals vlakken, kogels of ellipsoïden, geometrische transformaties zoals bewegingen van starre lichaamen, Euclidische gelijkvormige transformaties en kinematische modellen van lichamen met gewrichten zoals het menselijke lichaam (of benaderingen daarvan).

De klassieke manier om geometrische objecten te representeeren is door middel van vectoren, een verzameling van getallen met een een expliciete beschrijving van wat deze getallen representeeren: een punt in de ruimte, een richting, een vlak etc. In geometrische algebra kunnen geometrische objecten echter direct gerepresenteerd worden en ze worden automatisch identificeerbaar door hun algebraïsche eigenschappen. Van specifiek belang in dit proefschrift is het conforme model van geometrische algebra (CGA). De fundamentele bouwstenen van CGA representeren Euclidische hyperkogels en conforme transformaties van de Euclidische ruimte. De wezenlijke wiskundige details worden samegevat in hoofdstuk 2 van dit proefschrift.

De hoge dimensionaliteit van een geometrische algebra, de niet-commutativiteit van het geometrische product en de complexiteit van de interactie tussen CGA-elementen maken het soms moeilijk om vergelijkingen op te lossen — precies of bij benadering — voor bepaalde termen. Gedurende het oplossen van de gestelde problemen ontwikkelen we daar technieken voor en stellen we vast onder welke voorwaarden deze technieken toepasbaar zijn.

In hoofdstuk 3 gebruiken we CGA om een conforme transformatie in de Euclidische ruimte van exacte correspondenties af te leiden. Om dit te bereiken reduceren we het probleem eerst tot het vinden van een Euclidische transformatie tussen de correspondenties. Gewoonlijk zijn conforme transformaties gerepresenteerd door complexe matrices en beperkt tot het complexe 2D-vlak. De representatie van deze transformaties wordt uitgebreid tot Vahlen matrices met elementen van geometrische algebra. Dit vergroot hun toepasbaarheid op hoger-dimensionale ruimten en stelt ons in staat om de voorgestelde reductie van het probleem uit te voeren.

In hoofdstuk 4 word een geobserveerde 3D schroefbeweging ontleed in een aantal elementaire 3D schroefbewegingen. Dergelijke samengestelde bewegingen worden bijvoorbeeld vertoond door ledematen die een kinematische keten vormen. Wij gebruiken CGA om de probleem-

stelling te formaliseren en ontdekken de onderliggende structuur die het mogelijk maakt de samengestelde beweging uniek op te delen. Om de parameters te vinden van de CGA objecten die schroefbewegingen representeren gebruiken we matrix-algebra. Dit is nuttig om twee redenen. Ten eerste stelt het ons in staat om een aantal lineaire vergelijkingen te formuleren die opgelost kunnen worden voor de componenten van deze CGA objecten. Ten tweede, waar een exacte oplossing van deze vergelijkingen niet mogelijk is, kunnen matrix-algebra methoden zoals *singular value decomposition* een benadering opleveren.

Tenslotte beschouwen we in hoofdstuk 5 het schatten van Euclidische hyperkogels vanuit het standpunt van Bayesiaans redeneren. Een voordeel van de Bayesiaanse benadering — die nuttig is gebleken voor het schatten van parameters in veel verschillende scenario's — is dat het de ontwerper van een schatter dwingt om alle parameters, voorkennis (of het ontbreken ervan) over hen en alle veronderstellingen die relevant zijn voor een probleem expliciet te maken. In ons geval leiden we een formule in gesloten vorm af voor de waarschijnlijkheid van een hyperkogel van willekeurige dimensionaliteit, gegeven geobserveerde punten op de hyperkogel die door isotrope Gaussische ruis verstoord zijn. We analyseren de eigenschappen van een maximum likelihood schatter op basis van deze formule en vergelijken het met een kleinste kwadraten schatter voor hetzelfde probleem.

Voor de problemen die in hoofdstuk 4 en hoofdstuk 5 worden aangepakt hebben we experimenten met gesimuleerde data uitgevoerd. De numerieke resultaten van deze experimenten bevinden zich respectievelijk in appendix A en appendix B.

Door het oplossen van de bovengenoemde problemen hebben we nieuwe inzichten gekregen in de praktische toepassing van geometrische algebra. We bewijzen het nut ervan voor de verwerking van geometrische gegevens en verdiepen ons begrip van de relatie tot klassieke takken van de wiskunde. Dit laatste is vooral van belang om van het bestaande corpus van onderzoek naar deze aanverwante gebieden te profiteren, terwijl we hier de beknoptheid, intuïtie en rekenkracht van geometrische algebra aan toevoegen. We reflecteren op enige van deze aspecten in hoofdstuk 6.