# Universal Life

Optimalisatie van opslagmethoden
ter financiering van
een gegarandeerd beleggingsrendement

Datum 23 juni 2006

J.M. Bingen
Studentnummer 9316019

Begeleider Bachelorscriptie: Drs. R. Bruning
Docent Schriftelijke Vaardigheden: Drs. A. Mattern
Coördinator: Drs. A.E. van Heerwaarden

Universiteit van Amsterdam
Faculteit der Economische Wetenschappen en Econometrie
Actuariële Wetenschappen

# Inhoudsopgave

**1 Inleiding** ..... **2**

**2 Het Universal-Life principe** ..... **3**

**3 Het stochastische rendementproces** ..... **6**

3.1 Maximum likelihood schatting ..... 6

3.2 Stochastisch fondsrendement ..... 8

**4 Het semi-stochastische rentemodel** ..... **10**

4.1 Interest bijschrijving ..... 10

4.2 Investering ..... 10

4.3 Onttrekking van kosten ..... 11

4.4 Waarde van de rendementgarantie ..... 12

**5 Toepassing van het semi-stochastische rentemodel** ..... **14**

5.1 Premieopslag ..... 15

5.2 Opslag over de fondswaarde ..... 17

5.3 Vergelijking van de opslagmethoden ..... 18

5.4 Gecombineerde opslag ..... 19

**6 Conclusie** ..... **21**

**Bijlage 1 – Slotkoersen en fondsrendementen obligatiefonds** ..... **22**

**Literatuur** ..... **23**

# 1 Inleiding

Verzekeraars zijn zich steeds meer bewust van de financiële risico's die rendementgaranties bij beleggingsverzekeringen met zich meebrengen. De waarde van de portefeuille van beleggingsverzekeringen hangt namelijk af van de financiële markt. Bij een flinke daling van de beurskoersen zullen de afgegeven rendementgaranties in deze portefeuille dan fors in waarde toenemen ten nadele van de verzekeraar. Hierdoor is het vrijwel niet mogelijk om met enige zekerheid een buffer op te bouwen door middel van reserveringen. Om die reden zijn sinds de jaren 80 rendementgaranties bij beleggingsverzekeringen dan ook niet of nauwelijks meer door verzekeraars afgegeven ondanks de grote vraag ernaar (Delen, januari 2004).

De kosten van de rendementgarantie kunnen enerzijds als een percentage van de premie bij de polishouder in rekening worden gebracht. Anderzijds kan dat als een percentage van de opgebouwde fondswaarde. De laatstgenoemde methode heeft als nadeel de mate van onzekerheid in de opbouw van de waarde van de rendementgarantie. Op de langere termijn kan de waarde van de rendementgarantie gevormd door dotaties uit de fondswaarde wel groter zijn dan de waarde gevormd door opslagen uit de premie (Delen, oktober 2005).

Het afdekken van de rendementgarantie is voor verzekeraars dan ook een actueel probleem. In dit werkstuk wordt beoordeeld in hoeverre een optimalisatie van een combinatie van beide opslagmethoden mogelijk is. Dat wil zeggen of er een samenstelling van de opslagmethoden haalbaar is waarbij de kosten voor de polishouder zo laag mogelijk zijn en de waarde van de rendementgarantie voor de verzekeraar zo hoog mogelijk is met behoud van een voldoende mate van zekerheid.

Hierbij gaat het om premiebetalende Universal-Life verzekeringen met een gegarandeerd beleggingsrendement over de verzekeringsduur en een belegging in een fonds met een relatief veilig risicoprofiel. De rendementgarantie zal worden gewaardeerd aan de hand van een semi-stochastisch rentemodel. Dit betekent dat het fondsrendement een proces van waarschijnlijkheden doorloopt terwijl de discontering van de dotaties voor de waarde van de rendementgarantie plaatsvindt op basis van een vast rendement. Om voldoende mate van zekerheid te verkrijgen, wordt ook rekening gehouden met een terugval van het fondsrendement in de laatste periode van de verzekeringsduur.

In hoofdstuk 2 wordt het principe van Universal-Life verzekeringen beschreven. In hoofdstuk 3 wordt het stochastische proces van het fondsrendement geschetst. In hoofdstuk 4 wordt het semi-stochastische rentemodel voor het waarderen van de rendementgarantie opgesteld. In hoofdstuk 5 wordt het model toegepast op beide opslagmethoden. Na het vergelijken van de uitkomsten worden enkele gevolgtrekkingen gemaakt die als uitgangspunt zullen dienen voor de toepassing van het model op de gecombineerde opslagmethode. Ten slotte wordt in hoofdstuk 6 geconcludeerd in hoeverre een optimalisatie van de gecombineerde opslagmethode haalbaar is.

## 2 Het Universal-Life principe

Omdat in dit werkstuk premiebetalende Universal-Life verzekeringen worden beschouwd zal in deze paragraaf eerst het principe van Universal-Life worden beschreven. De verschillende onttrekkingen binnen het Universal-Life principe zullen in drie categorieën worden onderverdeeld om zodoende het opstellen van het semi-stochastische rentemodel te vereenvoudigen. Tot slot zal het principe met behulp van een stroomdiagram schematisch worden weergegeven.

Uitgangspunt bij Universal-Life verzekeringen is dat de ontvangen premies volledig worden belegd in een door de polishouder gekozen beleggingsportefeuille of in een combinatie van beleggingsportefeuilles. De aangekochte beleggingseenheden (units) vormen het beleggingsdepot van de polis. Door middel van verkoop van units onttrekt de verzekeraar vervolgens periodiek bedragen aan het opgebouwde beleggingsdepot ter compensatie van de te maken kosten en voor het afdekken van sterfte- en invaliditeitsrisico's. Bij een negatief overlijdensrisico (negatieve risicopremie) vindt toevoeging van bedragen plaats door aankoop van units (Onbekend, mei 2001).

Dit proces van onttrekkingen vindt vaak op maandelijkse basis plaats en is onafhankelijk van het moment van premiebetaling. Met betrekking tot de hoogte en frequentie van de premies is er dus in principe volledige vrijheid. In de periodes dat geen premies worden betaald, vindt er toch maandelijks verrekening plaats op basis van de actuele koers van de gekozen fondsen. De verrekening van de kosten en risico's (die in euro's of beleggingsunits worden vastgesteld) vindt plaats naar rato van de waarde van de aanwezige fondsen in het depot. Daarnaast is er een vastgestelde volgorde waarin de bedragen worden ontrokken met voor elke kostencomponent een eigen periode van onttrekking (Onbekend, mei 2001).

Het aantal aanwezige units in het depot moet minimaal nul zijn. Bij een negatief aantal units ontstaat anders een vordering van de verzekeraar op de verzekerde hetgeen voor de verzekeraar ongewenst is. In een dergelijk geval zal de verzekering dan worden geroyeerd. Omdat de beleggingsopbrengst van toekomstige premies niet bekend is en het gelopen risico in het verleden volledig verrekend is wordt de waarde van de polis retrospectief bepaald. De waarde van een polis is op ieder moment bekend door het aantal aanwezige units in het beleggings-depot te vermenigvuldigen met de koers van het bijbehorende fonds (Onbekend, mei 2001).

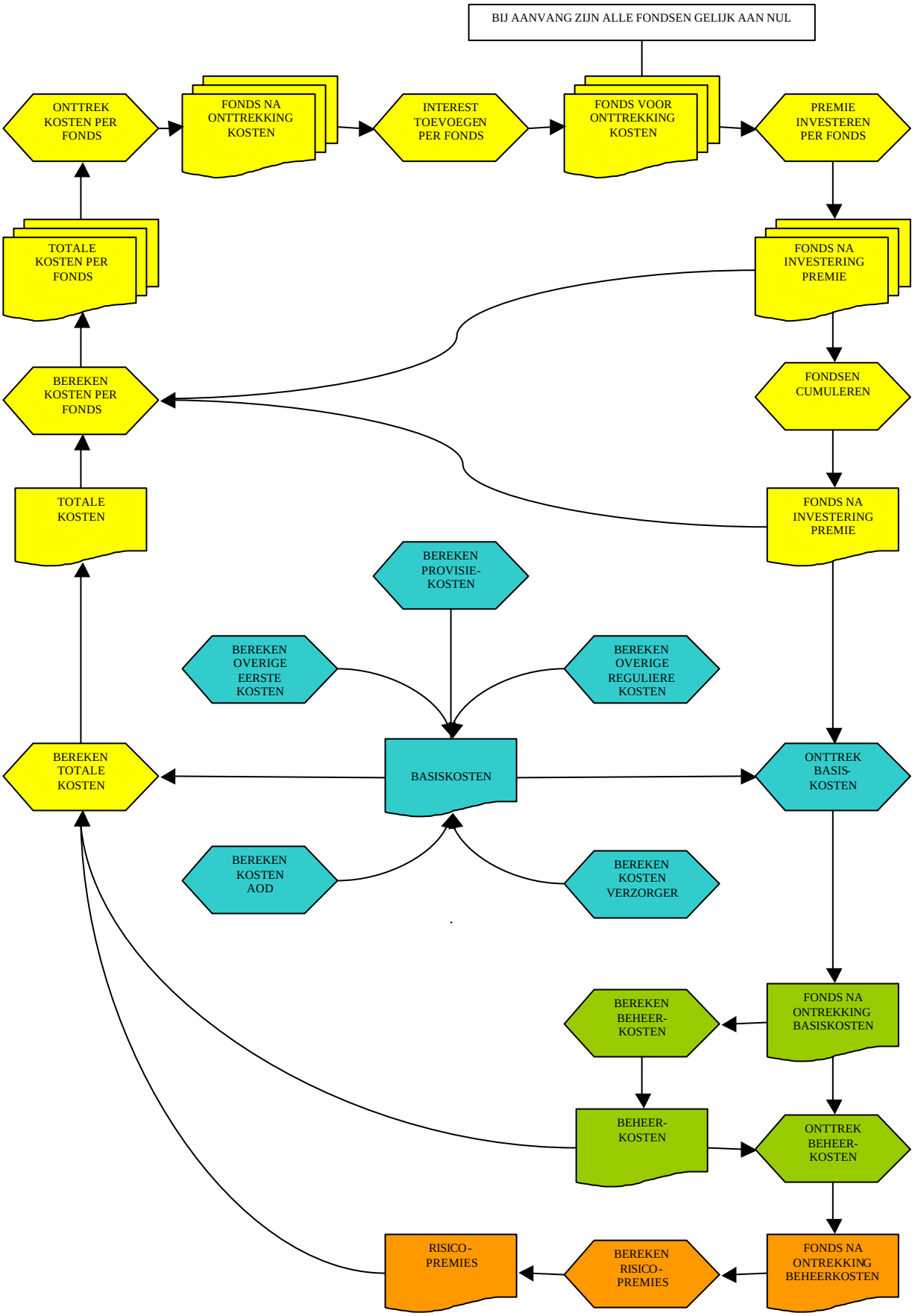
Omdat verzekeraars doorgaans verschillende tarieven hanteren alsook verschillende kostencomponenten kunnen hanteren worden de onttrekkingen in dit werkstuk in de volgende drie onderdelen onderscheiden:

- Voor basiskosten;
- Voor beheerkosten;
- Voor risicopremies.

Tot de basiskosten behoren alle eerste en doorlopende kosten alsmede de premies voor premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid en bij overlijden van de verzorger. De eerste en doorlopende kosten worden nog verder onderverdeeld in de kosten voor provisie en de overige eerste en doorlopende kosten. De kosten voor beheer bedragen een percentage van de fondswaarde na investering van de premie en na onttrekking van de basiskosten. De risicopremies worden bepaald over de fondswaarde na onttrekking van alle kosten.

Naast de bovengenoemde kosten zijn er nog de maandelijkse provisiekosten voor de aan- en verkoop van de beleggingsopdrachten. Dit zijn echter geen directe kosten die door de verzekeraar worden gemaakt, maar kosten van derden die aan de polishouder worden doorberekend tijdens het investerings- en onttrekkingsproces. Door middel van een stroomdiagram wordt in figuur 1 het hierboven beschreven maandelijks proces van onttrekkingen schematisch weergegeven. Hierbij geldt overigens dat als er in een maand een incassomoment valt dan eerst de premie wordt geïnvesteerd en vervolgens pas de onttrekkingen plaatsvinden.

**Figuur 1 – Maandelijks proces van onttrekkingen**



# 3 Het stochastische rendementproces

In de financiële wereld is een veel gebruikt instrument bij het waarderen van financiële waardepapieren de Black-Scholes optieformule. Omdat deze formule uitgaat van een eenmalige betaling, is het niet te gebruiken voor het waarderen van de rendementgaranties binnen premiebetalende verzekeringsproducten. In dat geval zou dan voor elke premie een garantie op de einddatum worden bepaald. Voor elke betaalde premie wordt dan een minimum garantie bereikt terwijl er in werkelijkheid een compenserend effect optreedt tussen de premies onderling. Dit leidt dan tot een overwaardering (Delen, 2004).

Als alternatief voor het waarderen van de rendementgaranties wordt in dit werkstuk dan ook een stochastisch rendementproces opgesteld. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de slotkoersen van het obligatiefonds van de Goudse Levensverzekeringen N.V. over de periode mei 2000 tot en met april 2006. Aangezien het Universal-Life principe gebaseerd is op een maandelijks proces worden alleen de slotkoersen van het begin van een maand in beschouwing genomen. Het gevolg is wel dat hierdoor de steekproefgrootte enigszins beperkt is. Bijlage 1 bevat hiervan een overzicht.

Met behulp van maximum likelihood schatting wordt een asymptotisch zuivere schatter gekozen voor de verwachtingswaarde en variantie van de maandelijkse fondsrendementen. Door de beperkte beschikbaarheid van waarnemingen moet er wel rekening mee worden gehouden dat de schattingen in grote mate afhankelijk zullen zijn van de steekproefgrootte. Een marginaal verschil in het aantal waarnemingen kan namelijk al tot een aanzienlijk verschil in de verwachtingswaarde en in de variantie leiden. Tezamen met een aselecte trekking uit een standaard normale verdeling kan vervolgens het stochastische rendementproces worden opgesteld.

Hierbij is het verstandig om het wezenlijke verschil tussen de waardeontwikkeling van beleggingsverzekeringen en die van traditionele verzekeringen in het achterhoofd te houden. Bij traditionele verzekeringen wordt de spaarpot van de polishouder namelijk jaarlijks opgerent tegen het beleggingsrendement dat bij de tariefstelling is gegarandeerd (de zogenaamde rekenrente) ongeacht het daadwerkelijke beleggingsrendement dat door de verzekeraar wordt behaald. Bij beleggingsverzekeringen wordt de spaarpot van de polishouder jaarlijks opgerent tegen het gerealiseerde fondsrendement ongeacht of dit nu een positief of een negatief resultaat betreft.

## 3.1 Maximum likelihood schatting

Het principe van maximum likelihood (Greene, 2000) is een middel om een asymptotisch zuivere schatter te kiezen voor een parameter $q$ of een verzameling van paramaters $\bar{q}$. Als $X_1, X_2, \ldots, X_n = \bar{X}$ onafhankelijke stochasten zijn met kansdichtheidsfunctie $f(x_i | \bar{q})$ dan kan de zogenaamde likelihood functie als volgt worden gedefinieerd:

$$L(\bar{q}) = L(\bar{X} | \bar{q}) = f(\bar{X} | \bar{q}) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i | \bar{q}).$$

De waarden van de parameters die deze functie maximaliseren, zijn de zogeheten maximum likelihood schatters, notatie $\hat{q}$. Het is veelal eenvoudiger om met de log van de likelihood functie te werken:

$$l(\bar{q}) = \ln L(\bar{q}) = \sum_{i=1}^{n} f(x_i | \bar{q}) .$$

Aangezien de log functie een monotone functie is, zijn de waarden die $L$ maximaliseren gelijk aan de waarden die $\ln L$ maximaliseren. Noodzakelijke voorwaarde voor maximaliseren van $L(\bar{q})$ is wel dat

$$\frac{\partial \ln L(\bar{q})}{\partial \bar{q}} = 0 .$$

Dit wordt ook wel de likelihood vergelijking genoemd. Met maximum likelihood schatting kan géén, één of véél $\hat{q}$'s worden verkregen. Maximum likelihood heeft de volgende asymptotische eigenschappen:

- Consistentie: $\hat{q}$ komt ongeveer overeen met $q$,
- Efficiëntie: de variantie van $\hat{q}$ zal zo klein mogelijk zijn,
- Normaliteit: $\hat{q}$ is normaal verdeeld.

De log likelihood functie en de likelihood vergelijkingen voor een normale verdeling met verwachtingswaarde $m$ en variantie $s^2$ zijn als volgt:

$$\ln L(m, s^2) = -\frac{n}{2}\ln(2p) - \frac{n}{2}\ln s^2 - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{(x_i - m)^2}{s^2}\right],$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial m} = \frac{1}{s^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m) = 0 , \qquad (3\text{-}1)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial s^2} = -\frac{n}{2s^2} + \frac{1}{2s^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i - m)^2 = 0 . \qquad (3\text{-}2)$$

Door formule (3-1) te vermenigvuldigen met $s^2$ en op te lossen voor $m$ en dit vervolgens te stoppen in formule (3-2) en op te lossen voor $s^2$ levert de oplossingen

$$\hat{m}_{ML} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x}_n \quad \text{en}$$

$$\hat{s}^2_{ML} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2 .$$

Het zij echter wel opgemerkt dat $\hat{s}^2$ geen zuivere schatter is van $s^2$. Maximum likelihood schatters zijn namelijk wel consistent maar niet noodzakelijk zuiver. Een zuivere schatter die vaak voor het schatten van $s^2$ wordt gebruikt is

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2 .$$

Alhoewel $\hat{s}^2$ slechts iets naar beneden onzuiver is en een kleinere variantie heeft dan $s^2$, wordt in dit werkstuk voor het schatten van de variantie $s^2$ gekozen voor de zuivere schatter $s^2$.

## 3.2 Stochastisch fondsrendement

Uitgangspunt bij het genereren van het stochastische fondsrendement is de slotkoers $SK_t$ op tijdstip $t$ met $t = 0, 1, 2, \ldots$ in gehele maanden. Het maandelijkse fondsrendement $FR_t$ kan hiermee dan als volgt worden vastgesteld:

$$FR_t = \frac{SK_t}{SK_{t-1}} - 1$$

met

$SK_{-1}$ gelijk aan de slotkoers met de vroegste datum.

Bijlage 1 bevat een overzicht met de waarden van $FR_t$ behorend bij de beschikbare waarnemingen van het te beschouwen obligatiefonds. Bij een steekproef ter grootte van $n$ waarnemingen zijn de verwachting en de standaarddeviatie dan gelijk aan

$$m^{FR} = \frac{1}{n-1}\sum_{t=0}^{n-2} FR_t \qquad (= 0{,}442\%\ per\ maand = 5{,}43\%\ per\ jaar),$$

$$s^{FR} = \sqrt{\frac{1}{n-2}\sum_{t=0}^{n-2}(FR_t - m^{FR})^2} \qquad (= 0{,}848\%\ per\ maand = 10{,}67\%\ per\ jaar).$$

Om een indicatie te geven welk effect een marginaal verschil in het aantal waarnemingen op de waarden van $\mu$ en $s$ kan hebben, wordt gekeken naar de laatste 53 en 54 aantal waarnemingen. De verwachtingswaarde (en standaarddeviatie) op jaarbasis zijn dan achtereenvolgens 4,70% (11,78%) en 5,19% (11,28%). Dit is een verschil van 0,49% (0,50%) dat tot geheel andere vervolguitkomsten zal leiden. Bij verzekeringen met een lange looptijd kan een klein verschil in de waarnemingen dus al leiden tot een enorm verschil in de vervolguitkomsten.

Door middel van en aselecte trekking $ASELECT_t$ uit een standaard normale verdeling kan het maandelijkse stochastische fondsrendement $f_t^*$ op tijdstip $t$ met $t = 0, 1, 2, \ldots$ in gehele maanden als volgt worden verkregen:

$$f_t^* = ASELECT_t \cdot s^{FR} + m^{FR}.$$

Aangezien in dit werkstuk ook nog een voldoende mate van zekerheid moet worden bereikt, dient nog rekening te worden gehouden met een terugval van het fondsrendement gedurende het laatste 1/20-deel van de verzekeringsduur zodat het uiteindelijke maandelijkse stochastische fondsrendement op tijdstip $t$ gelijk is aan

$$f_t = \begin{cases} f_t^* & ,\ eerste\ \frac{19}{20}\ deel\ van\ de\ verzekeringsduur; \\ -\left|f_t^*\right| & ,\ laatste\ \frac{1}{20}\ deel\ van\ de\ verzekeringsduur. \end{cases}$$

Behalve dat het een periode van enkele maanden bestrijkt kan verder geen zinnige uitspraak worden gedaan over de duur van de terugval. Het is dan ook arbitrair gekozen en wordt verondersteld voldoende zekerheid te bieden. Het in deze paragraaf opgestelde maandelijkse stochastische fondsrendement $f_t$ betreft dus het proces van waarschijnlijkheden dat het obligatiefonds doorloopt.

# 4 Het semi-stochastische rentemodel

Om het werkstuk zo transparant mogelijk te houden, wordt in deze paragraaf een versimpeld semi-stochastisch rentemodel opgesteld. Het model zal dan ook slechts een 'netto' proces volgen. Dit houdt in dat alleen de netto- en risicopremies worden beschouwd. Ook vindt er in het model geen fictieve investering in het obligatiefonds plaats. Daarnaast wordt de te beschouwen tijdshorizon beperkt tot de drie looptijden 5, 15 en 30 jaar.

Het maandelijkse proces van het model zal de volgende drie stappen doorlopen:

- Interest bijschrijving;
- Investering;
- Onttrekking van kosten.

## 4.1 Interest bijschrijving

De bijschrijving van de interest vindt maandelijks plaats aan het eind van de maand vlak vóór de volgende investering van de netto premie. Om tot vergelijkbare resultaten te kunnen komen vinden er voor de te beschouwen verzekering twee onafhankelijke ontwikkelingsstromen plaats. Bij de ene ontwikkeling vindt de bijschrijving van de interest telkens plaats op basis van het gegarandeerde beleggingsrendement $g_t = g$. Bij de andere ontwikkelingsstroom vindt de bijschrijving van de interest telkens plaats op basis van het stochastische fondsrendement $f_t$ zoals omschreven in paragraaf 3.2.

Bijschrijven van interest op basis van het stochastische fondsrendement vervangt dus het investeringsproces in het beleggingsfonds. Om die reden vindt er in het model dan ook geen fictieve investering plaats in het obligatiefonds. Daarnaast worden ook eventuele kosten voor de aan- en verkoop van de beleggingen buiten beschouwing gelaten. Omdat de bijschrijving van interest bij de eerstgenoemde ontwikkelingsstroom telkens plaatsvindt op basis van het gegarandeerde beleggingsrendement is daar in feite sprake van een traditionele verzekering met rekenrente $i$. Omdat de huidige rekenrente gelijk is aan drie procent per jaar wordt het gegarandeerde beleggingsrendement hieraan gelijk gesteld, ofwel $g_t = g = i = 3\%$. In dit werkstuk wordt dus eigenlijk gezocht naar een optimale combinatie van de twee opslagmethoden waarbij de afgegeven rendement-garantie gelijk is aan dat van een traditionele verzekering.

## 4.2 Investering

In het semi-stochastische rentemodel wordt maandelijks alleen de netto premie geïnvesteerd. Omdat bij het Universal-Life principe het proces van onttrekkingen op maandelijkse basis plaats vindt en onafhankelijk is van het moment van premiebetaling ontstaat er een minimale discrepantie met het verzekerde kapitaal op de einddatum voor een traditionele verzekering dat op dezelfde tariefsgrondslagen is gebaseerd. De netto premie

voor de Universal-Life verzekering wordt dan ook niet aan de hand van de actuariële symbolen vastgesteld, maar door middel van een stelproces op basis van de geldende tariefsgrondslagen. In dit werkstuk worden de volgende tariefsgrondslagen gehanteerd:

- Sterftetafel = Gehele Bevolking Mannen 1976-80;
- Interestvoet = Gegarandeerd beleggingsrendement = 3% (op jaarbasis);
- Soort verzekering = Gemengde verzekering op 1 leven;
- Verzekerd kapitaal = € 10.000,--;
- Verzekeringsduur = Premiebetalingsduur = 5, 15 en 30 jaar;
- Leeftijd verzekerde bij aanvang = 40 jaar.

Voor de drie te beschouwen looptijden worden in tabel 1 de netto maandpremies weergegeven die aan de hand van de bovengenoemde tariefsgrondslagen door middel van een stelproces zijn vastgesteld.

**Tabel 1 – Netto maandpremies**

| Looptijd | Netto maandpremie |
|---|---|
| 5 jaar | € 155,34 |
| 15 jaar | € 45,67 |
| 30 jaar | € 20,73 |

## 4.3 Onttrekking van kosten

De enige kosten die in het model worden onttrokken zijn de risicopremies en de beheerkosten. De basiskosten uit paragraaf 2 worden gelijk gesteld aan nul, omdat de kostenopslagen ervan in de bruto premie zijn versleuteld. De beheerkosten bedragen 0,3 procent op jaarbasis. Bij de afleiding van deze risicopremies wordt gebruik gemaakt van de éénjarige recursieformule (Wolthuis, 1996). Voor een verzekering op één leven is dit gelijk aan

$$ {}_mV + PN_m = v^{1/2} \cdot q_x \cdot UBO + v \cdot p_x \cdot {}_{m+1}V $$

met

${}_mV$ – voorziening op tijdstip $m$ met $m$ in gehele jaren,

$PN_m$ – netto premie op tijdstip $m$ met $m$ in gehele jaren,

$v = \frac{1}{1+i}$ – disconteringsfactor met jaarlijkse interestvoet $i$,

$UBO$ – uitkering bij overlijden,

$p_x$ – éénjarige overlevingskans,

$q_x$ – éénjarige sterftekans.

Gebruikmaking van de regel $p_x + q_x = 1$ levert

$$ (p_x + q_x) \cdot {}_mV + PN_m = v^{1/2} \cdot q_x \cdot UBO + v \cdot p_x \cdot {}_{m+1}V \quad \Leftrightarrow $$

$$ PN_m = q_x \cdot (v^{1/2} \cdot UBO - {}_mV) + p_x \cdot (v \cdot {}_{m+1}V - {}_mV) \quad \Leftrightarrow $$

$$\frac{PN_m}{p_x} = \frac{q_x \cdot (v^{1/2} \cdot UBO - {}_mV)}{p_x} + v \cdot {}_{m+1}V - {}_mV \,. \tag{4-1}$$

Ook hier kan gebruik worden gemaakt van de regel $p_x + q_x = 1$ zodat

$$\frac{PN_m}{p_x} = \frac{PN_m \cdot (p_x + q_x)}{p_x} = PN_m + \frac{q_x \cdot PN_m}{p_x} \,. \tag{4-2}$$

De formules (4-1) en (4-2) tezamen levert

$$PN_m = \frac{q_x \cdot (v^{1/2} \cdot UBO - ({}_mV + PN_m))}{p_x} + v \cdot {}_{m+1}V - {}_mV \qquad \Leftrightarrow$$

$$PN_m = \frac{q_x \cdot Risicokapitaal_{(m,m+1)}}{p_x} + Spaarpremie_m \qquad \Leftrightarrow$$

$$PN_m = Risicopremie_m + Spaarpremie_m$$

De maandelijkse risicopremie $PR_t$ op tijdstip $t$ met $t$ = 0, 1, 2, … in gehele maanden is dan gelijk aan

$$PR_t = \frac{q_x^m \cdot (v^{1/2} \cdot UBO - ({}_tV + PN_t))}{p_x^m}$$

met

${}_tV$ – fondswaarde op tijdstip $t$,

$PN_t$ – netto premie op tijdstip $t$,

$v = \frac{1}{1+i^m}$ – disconteringsfactor met maandelijkse interestvoet $i^m$,

$UBO$ – uitkering bij overlijden,

$p_x^m$ – maandelijkse overlevingskans,

$q_x^m$ – maandelijkse sterftekans.

## 4.4 Waarde van de rendementgarantie

Bij de methode van de premieopslag wordt maandelijks een vast percentage van de netto premie gedoteerd aan de waarde van de rendementgarantie. Bij de methode van de opslag over de fondswaarde wordt telkens een vast percentage van de geldende fondswaarde gedoteerd aan de waarde van rendementgarantie. De contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering is voor deze opslagmethoden dan gelijk aan

$$CW_0^{PO} = PN_t \cdot p^{PO} \cdot \ddot{a}_{n|i^m} \,,$$

$$CW_0^{FO} = \sum_t {}_tV \cdot p^{FO} \cdot v^t \,,$$

$$CW_0^{TOT} = CW_0^{PO} + CW_0^{FO}$$

met

$CW_0^{PO}$ – contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering (premieopslag),

$CW_0^{FO}$ – contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering (fondsopslag),

$CW_0^{TOT}$ – contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering (totaal),

$t$ – verstreken duur in gehele maanden,

$n$ – verzekeringsduur in gehele maanden,

$i^m$ – maandelijkse interestvoet,

$v = \frac{1}{1+i^m}$ – disconteringsfactor met maandelijkse interestvoet $i^m$,

$PN_t$ – netto premie op tijdstip $t$,

${}_tV$ – voorziening op tijdstip $t$.

In het aldus opgestelde semi-stochastische rentemodel doorloopt het fondsrendement een proces van waarschijnlijkheden terwijl de discontering van de dotaties voor de waarde van de rendementgarantie plaatsvindt op basis van de geldende rekenrente. Doordat al rekening is gehouden met een terugval van het fondsrendement in de laatste periode van de verzekeringsduur is ook een voldoende mate van zekerheid bewerkstelligd.

# 5 Toepassing van het semi-stochastische rentemodel

In deze paragraaf wordt het semi-stochastische rentemodel toegepast op respectievelijk de methode van premieopslag en de methode van opslag over de fondswaarde. Na het vergelijken van de uitkomsten worden enkele gevolgtrekkingen gemaakt die als uitgangspunt zullen dienen voor de toepassing van het model op de gecombineerde opslagmethode. Alvorens het model toe te passen wordt eerst kort het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement besproken dat als grondslag voor de berekeningen zal dienen.

Als het model achtereenvolgens 500 maal wordt uitgevoerd, kan er een gemiddeld tekort voor het benodigde verzekerde kapitaal op de einddatum van de verzekering worden vastgesteld. Dit tekort is dan gelijk aan het verschil tussen het verzekerd kapitaal en de fondswaarde op de einddatum van de verzekering. In tabel 2 worden voor de drie looptijden het gemiddelde tekort en de bijbehorende standaarddeviatie in percentages weergegeven voor het verzekerd gemengde kapitaal van € 10.000,--.

**Tabel 2 – Gemiddeld procentueel tekort**

| Looptijd | $\mu^{TEKORT}$ | $s^{TEKORT}$ |
|---|---|---|
| 5 jaar | -2,10% | 3,49% |
| 15 jaar | -9,90% | 7,75% |
| 30 jaar | -36,87% | 19,83% |

Het gemiddelde tekort is afhankelijk van de verwachtingswaarde en variantie van het stochastische fonds-rendement dat op haar beurt weer afhankelijk is van het aantal waarnemingen. Om voor elk mogelijk scenario van de verwachtingswaarde en variantie na te gaan of er een optimalisatie van de opslagmethoden haalbaar is wordt dan een ondoenlijke zaak. Wel kunnen aan de hand van het soort tekort (geen, positief of negatief) enkele veronderstellingen worden gedaan.

In alle gevallen geldt namelijk dat het risico op een positieve uitschieter (dat wil zeggen een groot tekort voor het benodigde verzekerd kapitaal) blijft bestaan. Om dan toch met een voldoende mate van zekerheid een rendementgarantie te kunnen afgeven, dient dit risico zodanig te worden afgedekt dat zo een uitschieter bijvoorbeeld slechts met een kans van ten hoogste 1% voorkomt. Uitgaande van een cumulatieve standaard normale verdeling zal dan voor de verwachtingswaarde van het gemiddelde tekort moeten gelden dat

$$m^{TEKORT^*} = m^{TEKORT} + 2{,}326 \cdot s^{TEKORT} .$$

Het gemiddelde tekort voor het benodigde verzekerd kapitaal op de einddatum van de verzekering dat met een waarschijnlijkheid van 1% zal plaatsvinden is dan gelijk aan

$$VK^{TEKORT^*} = m^{TEKORT^*} \cdot VK^{EINDDATUM} .$$

Het verzekerd kapitaal op de einddatum van de verzekering dat nu met een waarschijnlijkheid van 99% door de verzekeraar kan worden gegarandeerd is dan gelijk aan

$$VK^{GARANTIE^*} = VK^{EINDDATUM} - VK^{TEKORT^*} .$$

Als het tekort geen of nauwelijks marge bevat om het risico op een positieve uitschieter af te dekken, zal de financiering ervan kunnen plaatsvinden door ook gebruik te maken van één van de (of beide) in dit werkstuk genoemde opslagmethoden. Het gebruik van deze opslagmethoden heeft wel tot gevolg dat de financiering van het afdekken van het risico van de rendementgarantie gedeeltelijk voor rekening van de polishouder komt. Vanuit het oogpunt van de verzekeraar is dit om commerciële redenen eigenlijk niet wenselijk. Wel kan de verzekeraar aan de hand van het gegarandeerd verzekerd kapitaal op de einddatum van de verzekering en de geldende tariefsgrondslagen door middel van een stelproces een beleggingsrendement vaststellen dat met een voldoende mate van zekerheid kan worden behaald. Door dit beleggingsrendement aan een polishouder te garanderen kan dan een soort van kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement worden afgegeven. De hoogte van dit gegarandeerde beleggingsrendement is dus afhankelijk van de marge in het tekort en zal over het algemeen beneden de geldende rekenrente liggen. In tabel 3 worden voor de drie looptijden het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement op jaarbasis weergegeven.

**Tabel 3 – Jaarlijks kosteloos garantierendement**

| Looptijd | Jaarlijks kosteloos garantierendement |
|---|---|
| 5 jaar | 0,556% |
| 15 jaar | 1,950% |
| 30 jaar | 2,558% |

Zoals eerder aangegeven is het hierboven besproken kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement slechts bedoeld als basis voor de berekeningen en is dan ook geen pleidooi voor verzekeringsmaatschappijen om een kosteloos garantierendement af te geven.

## 5.1 Premieopslag

Zolang het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement beneden de geldende rekenrente ligt kan door middel van het verhogen van de procentuele opslag over de netto premie het gegarandeerde beleggingsrendement al naar gelang worden verhoogd totdat de geldende rekenrente wordt bereikt. In dat geval wordt hetzelfde beleggingsrendement gegarandeerd als bij een traditionele verzekering. In tegenstelling tot de traditionele verzekering is de financiering van het afdekken van het risico van dit gekunstelde garantierendement wel gedeeltelijk voor rekening van de polishouder.

In de tabellen 4, 5 en 6 worden voor de drie looptijden verschillende percentages voor de opslag over de netto premie weergegeven met het bijbehorende gegarandeerd beleggingsrendement op jaarbasis en de contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering behorend bij de premieopslag. Daarnaast wordt ook het gemiddelde fondsrendement weergegeven. Uitgangspunt is de premieopslag van 0% dat telkens met 1% wordt verhoogd totdat een garantierendement wordt bereikt dat gelijk is aan de geldende rekenrente. Om er voor te zorgen dat de uitkomsten transparant blijven wordt de procentuele opslag over de fondswaarde tegelijkertijd gelijk aan nul gesteld.

**Tabel 4 – Methode van premieopslag (looptijd = 5 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Premie-opslag *EUR* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,00 | 0,00% | 0,556% | 0,00 | 0,00 | 3,813% |
| 1,00% | 1,55 | 0,00% | 0,952% | 86,75 | 0,00 | 3,813% |
| 2,00% | 3,11 | 0,00% | 1,344% | 173,50 | 0,00 | 3,813% |
| 3,00% | 4,66 | 0,00% | 1,732% | 260,25 | 0,00 | 3,813% |
| 4,00% | 6,21 | 0,00% | 2,117% | 347,00 | 0,00 | 3,813% |
| 5,00% | 7,77 | 0,00% | 2,498% | 433,75 | 0,00 | 3,813% |
| 6,00% | 9,32 | 0,00% | 2,876% | 520,50 | 0,00 | 3,813% |
| 6,33% | 9,83 | 0,00% | 3,000% | 549,12 | 0,00 | 3,813% |

**Tabel 5 – Methode van premieopslag (looptijd = 15 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Premie-opslag *EUR* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,00 | 0,00% | 1,950% | 0,00 | 0,00 | 4,156% |
| 1,00% | 0,46 | 0,00% | 2,085% | 66,48 | 0,00 | 4,156% |
| 2,00% | 0,91 | 0,00% | 2,218% | 132,96 | 0,00 | 4,156% |
| 3,00% | 1,37 | 0,00% | 2,349% | 199,44 | 0,00 | 4,156% |
| 4,00% | 1,83 | 0,00% | 2,479% | 265,92 | 0,00 | 4,156% |
| 5,00% | 2,28 | 0,00% | 2,609% | 332,40 | 0,00 | 4,156% |
| 6,00% | 2,73 | 0,00% | 2,734% | 398,87 | 0,00 | 4,156% |
| 7,00% | 3,20 | 0,00% | 2,860% | 465,36 | 0,00 | 4,156% |
| 8,00% | 3,65 | 0,00% | 2,961% | 531,84 | 0,00 | 4,156% |
| 8,13% | 3,71 | 0,00% | 3,000% | 540,77 | 0,00 | 4,156% |

**Tabel 6 – Methode van premieopslag (looptijd = 30 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Premie-opslag *EUR* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,00 | 0,00% | 2,558% | 0,00 | 0,00 | 4,424% |
| 1,00% | 0,21 | 0,00% | 2,631% | 49,56 | 0,00 | 4,424% |
| 2,00% | 0,41 | 0,00% | 2,703% | 99,11 | 0,00 | 4,424% |
| 3,00% | 0,62 | 0,00% | 2,774% | 148,67 | 0,00 | 4,424% |
| 4,00% | 0,83 | 0,00% | 2,844% | 198,22 | 0,00 | 4,424% |
| 5,00% | 1,04 | 0,00% | 2,912% | 247,78 | 0,00 | 4,424% |
| 6,00% | 1,24 | 0,00% | 2,980% | 297,33 | 0,00 | 4,424% |
| 6,29% | 1,45 | 0,00% | 3,000% | 311,92 | 0,00 | 4,424% |

Het gegarandeerde beleggingsrendement bij de premieopslag van 0% betreft het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement. Bij een verzekering met een korte looptijd is dit aanzienlijk lager dan bij een verzekering met een relatief lange looptijd. Daarnaast valt op dat voor de drie looptijden het gegarandeerde beleggingsrendement praktisch met een vast percentage toeneemt bij elke procent toename van de premieopslag. Bovendien heeft het gebruik van de methode van de premieopslag verder geen enkele invloed op het gemiddelde fondsrendement op jaarbasis.

## 5.2 Opslag over de fondswaarde

Evenals bij de premieopslag kan zolang het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement beneden de geldende rekenrente ligt door middel van het verhogen van de procentuele opslag over de waarde van het fonds het gegarandeerde beleggingsrendement al naar gelang worden verhoogd. Vanwege de directe afhankelijkheid van de procentuele fondsopslag met de fondswaarde zelf is de verhoging van het gegarandeerde beleggingsrendement niet onbeperkt en kan in een enkel geval zelfs weer tot een verlaging leiden. Een verhoging van de procentuele opslag over de fondswaarde drukt namelijk in negatieve zin op het gemiddelde fondsrendement en zodoende ook in negatieve zin op het gemiddelde tekort van het benodigd verzekerd kapitaal op de einddatum van de verzekering. De financiering van het afdekken van het risico van het garantierendement dat hierdoor gedeeltelijk voor rekening van de polishouder is, komt dan niet alleen tot uitdrukking in een percentage over de fondswaarde maar ook tot uitdrukking in een verlaging van het gemiddelde fondsrendement.

In de tabellen 7, 8 en 9 worden voor de drie looptijden verschillende percentages voor de opslag over de waarde van het fonds weergegeven met het bijbehorende gegarandeerd beleggingsrendement op jaarbasis en de contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering behorend bij de fondsopslag. Daarnaast wordt ook het gemiddelde fondsrendement weergegeven. Uitgangspunt is de procentuele opslag van 0% over de waarde van het fonds dat telkens wordt verhoogd totdat een maximaal garantierendement wordt bereikt of een garantierendement dat gelijk is aan de geldende rekenrente. Om er voor te zorgen dat de uitkomsten transparant blijven, wordt de procentuele opslag over de netto premie tegelijkertijd gelijk aan nul gesteld.

**Tabel 7 – Methode van fondsopslag (looptijd = 5 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | $\mu^{TEKORT*}$ | $s^{TEKORT*}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,000% | 0,556% | 0,00 | 0,00 | -2,10% | 3,49% | 3,813% |
| 0,00% | 0,500% | 0,605% | 0,00 | 111,31 | -2,09% | 3,44% | 3,307% |
| 0,00% | 1,000% | 0,654% | 0,00 | 220,29 | -2,08% | 3,38% | 2,807% |
| 0,00% | 1,500% | 0,700% | 0,00 | 327,01 | -2,07% | 3,33% | 2,310% |
| 0,00% | 2,000% | 0,746% | 0,00 | 431,53 | -2,06% | 3,28% | 1,819% |
| 0,00% | 2,500% | 0,791% | 0,00 | 533,91 | -2,05% | 3,23% | 1,331% |
| 0,00% | 3,000% | 0,848% | 0,00 | 634,20 | -2,05% | 3,18% | 0,834% |
| 0,00% | 3,500% | 0,877% | 0,00 | 732,45 | -2,04% | 3,13% | 0,370% |
| 0,00% | 3,890% | 0,909% | 0,00 | 807,58 | -2,03% | 3,10% | 0,000% |

**Tabel 8 – Methode van fondsopslag (looptijd = 15 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | $\mu^{TEKORT*}$ | $s^{TEKORT*}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,000% | 1,950% | 0,00 | 0,00 | -9,90% | 7,75% | 4,156% |
| 0,00% | 0,500% | 2,046% | 0,00 | 284,59 | -9,70% | 7,36% | 3,630% |
| 0,00% | 1,000% | 2,133% | 0,00 | 552,69 | -9,49% | 6,99% | 3,109% |
| 0,00% | 1,500% | 2,213% | 0,00 | 805,37 | -9,29% | 6,64% | 2,593% |
| 0,00% | 2,000% | 2,287% | 0,00 | 1043,65 | -9,09% | 6,32% | 2,080% |
| 0,00% | 2,500% | 2,355% | 0,00 | 1268,44 | -8,90% | 6,01% | 1,573% |
| 0,00% | 3,000% | 2,417% | 0,00 | 1480,60 | -8,70% | 5,72% | 1,069% |
| 0,00% | 3,500% | 2,474% | 0,00 | 1680,96 | -8,51% | 5,45% | 0,560% |
| 0,00% | 4,000% | 2,526% | 0,00 | 1870,24 | -8,32% | 5,20% | 0,075% |
| 0,00% | 4,076% | 2,534% | 0,00 | 1898,21 | -8,29% | 5,16% | 0,000% |

**Tabel 9 – Methode van fondsopslag (looptijd = 30 jaar)**

| Premie-opslag *PO* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | $\mu^{TEKORT*}$ | $s^{TEKORT*}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,00% | 0,000% | 2,558% | 0,00 | 0,00 | -36,87% | 19,83% | 4,424% |
| 0,00% | 0,500% | 2,620% | 0,00 | 450,90 | -33,04% | 17,64% | 3,902% |
| 0,00% | 1,000% | 2,666% | 0,00 | 843,34 | -29,49% | 15,72% | 3,385% |
| 0,00% | 1,500% | 2,698% | 0,00 | 1184,95 | -26,20% | 14,02% | 2,873% |
| 0,00% | 2,000% | 2,720% | 0,00 | 1482,34 | -23,15% | 12,52% | 2,365% |
| 0,00% | 2,500% | 2,732% | 0,00 | 1741,24 | -20,32% | 11,19% | 1,862% |
| 0,00% | 3,000% | 2,736% | 0,00 | 1966,60 | -17,69% | 10,01% | 1,363% |
| 0,00% | 3,147% | 2,737% | 0,00 | 2027,12 | -16,95% | 9,69% | 1,217% |
| 0,00% | 3,500% | 2,736% | 0,00 | 2162,75 | -15,24% | 8,97% | 0,869% |
| 0,00% | 4,390% | 2,722% | 0,00 | 2451,08 | -11,30% | 7,40% | 0,000% |

Ook hier geldt dat het gegarandeerde beleggingsrendement bij een procentuele opslag van 0% over de fondswaarde het voor de polishouder kosteloos gegarandeerd beleggingsrendement betreft. Daarnaast valt op dat voor de drie looptijden een kleine procentuele verhoging van de fondsopslag al een enorm negatief effect heeft op het gemiddelde fondsrendement terwijl de toename van het gegarandeerde beleggingsrendement tegelijkertijd zeer marginaal is. Bovendien geldt dat er bij een procentuele opslag van ruim 4% al praktisch geen sprake meer is van een fondsontwikkeling.

## 5.3 Vergelijking van de opslagmethoden

Bij de methode van de premieopslag geldt voor de drie looptijden dat het gegarandeerde beleggingsrendement praktisch met een vast percentage toeneemt bij elke procent toename van de premieopslag zonder enig effect te hebben op het gemiddelde fondsrendement. Bij de methode van de fondsopslag leidt een kleine procentuele toename van de opslag over de fondswaarde al tot een behoorlijke terugval in het gemiddelde fondsrendement terwijl de toename van het gegarandeerde beleggingsrendement tegelijkertijd zeer marginaal is.

De toegevoegde waarde van de methode van de fondsopslag is dus sterk afhankelijk van het persoonlijke nut dat een polishouder heeft van de minimale toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot het negatieve effect op het gemiddelde fondsrendement. Maar ook de toegevoegde waarde van de methode van de premieopslag is afhankelijk van het persoonlijke nut dat een polishouder heeft van de toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot de extra kosten die daarvoor bij hem in rekening worden gebracht. Welke nutsfunctie een polishouder hanteert is een vraag waarop geen antwoord te geven is. Wel kan worden gesteld dat een grotere toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot een lager negatief effect op het gemiddelde fondsrendement tot meer nut leidt. Evenzo leidt een grotere toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot een lagere procentuele opslag over de netto premie ook tot meer nut.

De toegevoegde waarde van de opslagmethoden is dus onder andere afhankelijk van het persoonlijke nut dat een polishouder er van heeft. Hierdoor zal het vinden van een optimale samenstelling van de opslagmethoden waarbij de kosten van de rendementgarantie voor de polishouder zo laag mogelijk zijn en de waarde van het garantierendement voor de verzekeraar zo hoog mogelijk is niet eenvoudig zijn en zeker niet eenduidig. Om enig overzicht te behouden zal het vervolg van dit werkstuk worden toegespitst op de middellange looptijd van vijftien jaren.

## 5.4 Gecombineerde opslag

Bij de gecombineerde opslag wordt het gegarandeerde beleggingsrendement op jaarbasis gelijk gesteld aan de geldende rekenrente. Uitgangspunt is de fondsopslag van 0% die telkens wordt verhoogd totdat het gemiddelde fondsrendement gelijk is aan 0%. In tabel 10 wordt voor de middellange looptijd van 15 jaren de verschillende combinaties van de opslagpercentages weergegeven. Omdat gezocht wordt naar een optimale combinatie van de opslagmethoden waarbij de kosten van de rendementgarantie voor de polishouder zo laag mogelijk zijn en de waarde van de rendementgarantie voor de verzekeraar zo hoog mogelijk is, wordt ook de totale contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering weergegeven. Voor de polishouder dient deze totale contante waarde zo laag mogelijk te zijn en voor de verzekeraar zo hoog mogelijk.

**Tabel 10 – Gecombineerde opslag (looptijd = 15 jaar, garantierendement = 3% op jaarbasis)**

| Premie-opslag *PO* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | $CW_0^{TOT}$ | $\mu^{TEKORT*}$ | $s^{TEKORT*}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8,13% | 0,000% | 3,000% | 540,48 | 0,00 | 540,48 | -19,58% | 8,42% | 4,156% |
| 7,73% | 0,500% | 3,000% | 513,89 | 284,59 | 798,48 | -18,52% | 7,96% | 3,630% |
| 7,34% | 1,000% | 3,000% | 487,96 | 552,69 | 1040,65 | -17,53% | 7,54% | 3,109% |
| 7,26% | 1,106% | 3,000% | 482,54 | 607,51 | 1090,05 | -17,33% | 7,45% | 3,000% |
| 6,95% | 1,500% | 3,000% | 462,03 | 805,37 | 1267,40 | -16,60% | 7,14% | 2,593% |
| 6,57% | 2,000% | 3,000% | 436,77 | 1043,65 | 1480,42 | -15,72% | 6,76% | 2,080% |
| 6,20% | 2,500% | 3,000% | 412,17 | 1268,44 | 1680,61 | -14,91% | 6,41% | 1,573% |
| 5,83% | 3,000% | 3,000% | 387,58 | 1480,60 | 1868,18 | -14,14% | 6,08% | 1,069% |
| 5,48% | 3,500% | 3,000% | 364,31 | 1680,96 | 2045,27 | -13,42% | 5,77% | 0,560% |
| 5,12% | 4,000% | 3,000% | 340,38 | 1870,24 | 2210,62 | -12,75% | 5,48% | 0,075% |
| 5,07% | 4,076% | 3,000% | 337,19 | 1898,09 | 2235,28 | -12,69% | 5,44% | 0,000% |

Uit tabel 10 volgt dat het verlagen van de premieopslag leidt tot een verlaging van de bijbehorende contante waarde van de rendementgarantie. Gevolg is wel dat de fondsopslag toeneemt en daardoor ook de bijbehorende contante waarde van de rendementgarantie. In verhouding is de toename van de contante waarde van de rendementgarantie van de fondsopslag vele malen groter dan die van de premieopslag. Het verlagen van de premieopslag (dan wel het verhogen van de fondsopslag) leidt dus tot een toename van de totale contante waarde van de rendementgarantie. Daarnaast neemt daardoor ook het gemiddelde fondsrendement op jaarbasis af. Voor de polishouder betekent dit dat de kosten van de rendementgarantie zo laag mogelijk zijn als er alleen sprake is van een premieopslag. Bovendien is dan tegelijkertijd het gemiddelde fondsrendement maximaal. Voor de verzekeraar geldt dat de waarde van de rendementgarantie zo hoog mogelijk is als er gebruikt wordt gemaakt van beide opslagmethoden waarbij de premieopslag zo laag mogelijk is (dan wel de fondsopslag zo hoog mogelijk).

Om het resultaat te bekrachtigen wordt in tabel 11 de totale contante waarde van de rendementgarantie bij aanvang van de verzekering constant gehouden. Hieruit volgt dat het verlagen van de premieopslag (dan wel het verhogen van de fondsopslag) weliswaar geen invloed heeft op de totale contante waarde van de rendement-garantie, maar wel leidt tot een verlaging van zowel het garantierendement als het gemiddelde fondsrendement. In dit geval heeft de polishouder het meeste voordeel als het garantierendement en het gemiddelde fonds-rendement zo hoog mogelijk zijn. Dus ook hier geldt dat de voorkeur van de polishouder uitgaat naar alleen een premieopslag. De verzekeraar heeft in dit geval het meeste voordeel als de rendementgarantie zo laag mogelijk is, omdat dan het minste risico wordt gelopen. Dus ook hier geldt dat de voorkeur van de verzekeraar uitgaat naar een combinatie van beide opslagmethoden waarbij de fondsopslag zo hoog mogelijk is (dan wel de premie-opslag zo laag mogelijk).

**Tabel 11 – Gecombineerde opslag (looptijd = 15 jaar, $CW_0^{TOT}$ = 540,48)**

| Premie-opslag *PO* | Fonds-opslag *FO* | Garantie-rendement *g* op jaarbasis | $CW_0^{PO}$ | $CW_0^{FO}$ | $CW_0^{TOT}$ | $\mu^{TEKORT*}$ | $s^{TEKORT*}$ | Gem. fonds-rendement op jaarbasis |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8,13% | 0,000% | 3,000% | 540,48 | 0,00 | 540,48 | -19,58% | 8,42% | 4,156% |
| 8,00% | 0,015% | 2,985% | 531,84 | 8,64 | 540,48 | -19,40% | 8,39% | 4,141% |
| 7,00% | 0,129% | 2,874% | 465,36 | 75,12 | 540,48 | -18,09% | 8,21% | 4,020% |
| 6,00% | 0,245% | 2,764% | 398,88 | 151,60 | 540,48 | -16,79% | 8,04% | 3,898% |
| 5,00% | 0,363% | 2,655% | 332,40 | 208,08 | 540,48 | -15,52% | 7,86% | 3,774% |
| 4,00% | 0,482% | 2,547% | 265,92 | 274,56 | 540,48 | -14,27% | 7,68% | 3,649% |
| 3,00% | 0,603% | 2,441% | 199,44 | 341,04 | 540,48 | -13,05% | 7,51% | 3,523% |
| 2,00% | 0,726% | 2,336% | 132,96 | 407,52 | 540,48 | -11,84% | 7,34% | 3,395% |
| 1,00% | 0,850% | 2,232% | 66,48 | 474,00 | 540,48 | -10,66% | 7,17% | 3,265% |
| 0,00% | 0,977% | 2,129% | 0,00 | 540,48 | 540,48 | -9,50% | 7,01% | 3,133% |

Een optimale combinatie van de opslagmethoden waarbij de kosten van de rendementgarantie voor de polis-houder zo laag mogelijk zijn en de waarde van de rendementgarantie voor de verzekeraar zo hoog mogelijk is zal dus niet haalbaar zijn.

# 6 Conclusie

De toegevoegde waarde van de opslagmethoden is voornamelijk afhankelijk van het persoonlijke nut dat een polishouder er van heeft. Bij de methode van premieopslag is het nut afhankelijk van de toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot de extra kosten die daarvoor in rekening worden gebracht. Bij de methode van fondsopslag is het nut afhankelijk van de toename van het gegarandeerde beleggingsrendement in relatie tot het negatieve effect op het netto rendement van de fondsontwikkeling.

Welke nutsfunctie een polishouder hanteert is echter een vraag waarop geen antwoord te geven is. Duidelijk is wel dat voor de polishouder de kosten van de rendementgarantie nooit zo laag mogelijk kunnen zijn bij een gelijktijdige hoogst mogelijke waarde van de rendementgarantie voor de verzekeraar. De conclusie is dan ook dat een optimale combinatie van de opslagmethoden waarbij de kosten van de rendementgarantie voor de polishouder zo laag mogelijk zijn en de waarde van de rendementgarantie voor de verzekeraar zo hoog mogelijk is (met behoud van een voldoende mate van zekerheid) niet haalbaar is.

## Bijlage 1 – Slotkoersen en fondsrendementen obligatiefonds

| *t* | Datum *dd-mm-jj* | Slotkoers $SK_t$ | Rendement $FR_t$ |
|---|---|---|---|
| -1 | 03-04-00 | 9,78828 | |
| 0 | 01-05-00 | 9,80091 | 0,129% |
| 1 | 02-06-00 | 9,83047 | 0,302% |
| 2 | 03-07-00 | 9,84383 | 0,136% |
| 3 | 01-08-00 | 9,89370 | 0,507% |
| 4 | 01-09-00 | 9,90677 | 0,132% |
| 5 | 02-10-00 | 9,94816 | 0,418% |
| 6 | 01-11-00 | 9,98782 | 0,399% |
| 7 | 01-12-00 | 10,12855 | 1,409% |
| 8 | 02-01-01 | 10,24244 | 1,124% |
| 9 | 01-02-01 | 10,34514 | 1,003% |
| 10 | 01-03-01 | 10,39236 | 0,456% |
| 11 | 02-04-01 | 10,45614 | 0,614% |
| 12 | 01-05-01 | 10,37735 | -0,754% |
| 13 | 01-06-01 | 10,37508 | -0,022% |
| 14 | 02-07-01 | 10,45097 | 0,731% |
| 15 | 01-08-01 | 10,61204 | 1,541% |
| 16 | 03-09-01 | 10,66537 | 0,503% |
| 17 | 01-10-01 | 10,70297 | 0,353% |
| 18 | 01-11-01 | 10,97288 | 2,522% |
| 19 | 03-12-01 | 10,96699 | -0,054% |
| 20 | 02-01-02 | 10,86069 | -0,969% |
| 21 | 01-02-02 | 10,90170 | 0,378% |
| 22 | 01-03-02 | 10,91302 | 0,104% |
| 23 | 02-04-02 | 10,83508 | -0,714% |
| 24 | 01-05-02 | 10,88896 | 0,497% |
| 25 | 03-06-02 | 10,88773 | -0,011% |
| 26 | 01-07-02 | 11,00116 | 1,042% |
| 27 | 01-08-02 | 11,06288 | 0,561% |
| 28 | 02-09-02 | 11,40496 | 3,092% |
| 29 | 01-10-02 | 11,44783 | 0,376% |
| 30 | 01-11-02 | 11,34968 | -0,857% |
| 31 | 02-12-02 | 11,45387 | 0,918% |
| 32 | 02-01-03 | 11,69875 | 2,138% |
| 33 | 03-02-03 | 11,82211 | 1,054% |
| 34 | 03-03-03 | 11,91287 | 0,768% |
| 35 | 01-04-03 | 11,89133 | -0,181% |
| 36 | 01-05-03 | 11,94240 | 0,429% |
| 37 | 02-06-03 | 12,18893 | 2,064% |
| 38 | 01-07-03 | 12,20033 | 0,094% |
| 39 | 01-08-03 | 12,04339 | -1,286% |
| 40 | 01-09-03 | 12,06007 | 0,138% |
| 41 | 01-10-03 | 12,23734 | 1,470% |
| 42 | 03-11-03 | 12,09429 | -1,169% |
| 43 | 01-12-03 | 12,05926 | -0,290% |
| 44 | 02-01-04 | 12,19109 | 1,093% |
| 45 | 02-02-04 | 12,26102 | 0,574% |
| 46 | 01-03-04 | 12,38905 | 1,044% |
| 47 | 01-04-04 | 12,49892 | 0,887% |
| 48 | 03-05-04 | 12,38845 | -0,884% |
| 49 | 01-06-04 | 12,35646 | -0,258% |
| 50 | 01-07-04 | 12,39026 | 0,274% |
| 51 | 02-08-04 | 12,48558 | 0,769% |
| 52 | 01-09-04 | 12,63599 | 1,205% |
| 53 | 01-10-04 | 12,68565 | 0,393% |
| 54 | 01-11-04 | 12,78258 | 0,764% |
| 55 | 01-12-04 | 12,91035 | 1,000% |
| 56 | 03-01-05 | 12,99170 | 0,630% |
| 57 | 01-02-05 | 13,15706 | 1,273% |
| 58 | 01-03-05 | 13,11311 | -0,334% |
| 59 | 01-04-05 | 13,15980 | 0,356% |
| 60 | 02-05-05 | 13,32893 | 1,285% |
| 61 | 01-06-05 | 13,46077 | 0,989% |
| 62 | 01-07-05 | 13,61653 | 1,157% |
| 63 | 01-08-05 | 13,55695 | -0,438% |
| 64 | 01-09-05 | 13,68339 | 0,933% |
| 65 | 03-10-05 | 13,66576 | -0,129% |
| 66 | 01-11-05 | 13,54375 | -0,893% |
| 67 | 01-12-05 | 13,53774 | -0,044% |
| 68 | 02-01-06 | 13,64551 | 0,796% |
| 69 | 01-02-06 | 13,55421 | -0,669% |
| 70 | 01-03-06 | 13,57681 | 0,167% |
| 71 | 03-04-06 | 13,41155 | -1,217% |

(Goudse Levensverzekeringen N.V. , 1 mei 2006)

## Literatuur


Green, W.H. (2000), *"Econometric analysis"*, New Jersey: Prentice Hall..

Delen, T. en andere (januari 2004), Rendementgaranties. , *ASLI-rapport*, sectie Actuarial Studies in Life Insurance (ASLI) van het Actarieel Genootschap (AG) te Woerden.

Delen, T. en andere (oktober 2005), Garanties op UL-producten. , *ASLI-rapport*, sectie Actuarial Studies in Life Insurance (ASLI) van het Actarieel Genootschap (AG) te Woerden.

Onbekend (mei 2001), Universal-life - de techniek, *Pensioen & Praktijk (P&P)*, jaargang 11, nr. 5.

Wolthuis, H. en Bruning, R. (1996), *"Levensverzekeringswiskunde deel 1."* , Leuven: Ceuterick.