Downloaded from UvA-DARE, the institutional repository of the University of Amsterdam (UvA)
http://dare.uva.nl/document/175325

File ID	175325
Filename	Samenvatting

SOURCE (OR PART OF THE FOLLOWING SOURCE):

Type	Dissertation
Title	Games in set theory and logic
Author	D. Ikegami
Faculty	Faculty of Science
Year	2010
Pages	xiv, 150
ISBN	90-5776-208-6

FULL BIBLIOGRAPHIC DETAILS:
http://dare.uva.nl/record/341749

Copyright

It is not permitted to download or to forward/distribute the text or part of it without the consent of the author(s) and/or copyright holder(s), other then for strictly personal, individual use.

UvA-DARE is a service provided by the library of the University of Amsterdam (http://dare.uva.nl)

Samenvatting

In dit proefschrift bekijken we verschillende soorten oneindige spelen en aanverwante onderwerpen in de verzamelingenleer en de wiskundige logica. Hoofdstuk 1 is gewijd aan de algemene inleiding en technische achtergrondinformatie. Het vervolg is als volgt opgezet:

Hoofdstuk 2: Het is bekend dat de Baire-eigenschap een zogeheten *regulariteitseigenschap* is van verzamelingen reële getallen, en dat deze eigenschap gekarakteriseerd kan worden door middel van *Banach-Mazur-spelen*. Wij karakteriseren vrijwel alle bekende *regulariteitseigenschappen* van verzamelingen reële getallen via de Baire-eigenschap van bepaalde topologische ruimtes en we gebruiken *Banach-Mazur-spelen* om de algemene equivalentiestellingen aangaande *regulariteitseigenschappen*, absoluutheid van forcing en transcendentie-eigenschappen over bepaalde canonieke binnenmodellen te bewijzen. Met behulp van deze equivalentieresultaten beantwoorden we een aantal open vragen uit de verzamelingenleer van reële getallen.

Hoofdstuk 3: We bespreken het verband tussen *Gale-Stewart-spelen* en *Blackwell-spelen*. De eerste zijn oneindige spelen met volledige informatie en komen uit de verzamelingenleer, de tweede zijn oneindige spelen met onvolledigde informatie en komen uit de speltheorie. Het al dan niet *gedetermineerd* zijn van Gale-Stewart-spelen is een belangrijk onderwerp in de verzamelingenleer en we kunnen ons evengoed over het *gedetermineerd* zijn van Blackwell-spelen buigen. We vergelijken het Gedetermineerdheidsaxioma voor reële getallen ($\mathrm{AD}_{\mathbb{R}}$) met het Blackwell-Gedetermineerdheidsaxioma voor reële getallen ($\mathrm{Bl\text{-}AD}_{\mathbb{R}}$). We laten zien dat de consistentiekracht van $\mathrm{Bl\text{-}AD}_{\mathbb{R}}$ strikt groter is dan die van het Gedetermineerdheidsaxioma (AD) in § 3.1. In § 3.2, laten we zien dat $\mathrm{Bl\text{-}AD}_{\mathbb{R}}$ vrijwel alle bekende regulariteitseigenschappen van impliceert voor alle verzamelingen reële getallen . In § 3.3, bespreken we de mogelijkheid dat $\mathrm{AD}_{\mathbb{R}}$ en $\mathrm{Bl\text{-}AD}_{\mathbb{R}}$ equivalent zijn onder Zermelo-Fraenkel verzamelingenleer verrijkt met het Axioma van Afhankelijke Keuze (ZF+DC). In § 3.4, bespreken we de mogelijkheid van equiconsistentie van $\mathrm{AD}_{\mathbb{R}}$ en $\mathrm{Bl\text{-}AD}_{\mathbb{R}}$.

Hoofdstuk 4: We bestuderen het verband tussen het gedetermineerd zijn van *Gale-Stewart-spelen* en *grote kardinaalgetallen*. *Iteratiebomen* zijn belangrijke objecten bij het bewijzen het gedetermineerd zijn van *Gale-Stewart-spelen* uitgaande van *grote kardinaalgetallen*, en *alternerende ketens* van lengte ω zijn de belangrijkste *iteratiebomen* die te maken hebben met het gedetermineerd zijn van *Gale-Stewart-spelen*. We onderzoeken de bovengrenzen van de consistentiekracht van het bestaan van *alternerende ketens* met lengte ω.

Hoofdstuk 5: *Wadge-reduceerbaarheid* is een manier om de complexiteit van deelverzamelingen van een topologische ruimte te meten via de continue reductie van een deelverzameling van een topologische ruimte naar een andere in de beschrijvende verzamelingenleer. *Wadge-reduceerbaarheid* correspondeert met many-one-reduceerbaarheid in recursietheorie. Met behulp van de karakterisering van *Wadge-reduceerbaarheid* voor de Baire-ruimte door middel van *Wadge-spelen* kan de elegante theorie van de *Wadge-reduceerbaarheid* voor de Baire-ruimte ontwikkeld worden (denk aan bijna-lineariteit, welgefundeerdheid), als we het gedetermineerdheidsaxioma (AD) aannemen. We bestuderen *Wadge-reduceerbaarheid* voor de *reële rechte*, welke niet op een soortgelijke manier gekarakteriseerd kan worden door middel van oneindige spelen. We laten zien dat het Wadge Lemma niet opgaat voor de reële rechte en dat de Wadge-ordening voor de reële rechte niet welgefundeerd is, en we onderzoeken andere eigenschappen van de Wadge-ordening voor de reële rechte.

Hoofdstuk 6: *Modale dekpuntslogica's* zijn modale logica's met dekpuntsoperatoren, welke meerdere wenselijke eigenschappen gemeen hebben met eerste orde-logica. We definiëren een productconstructie van een gebeurtenismodel en een Kripke-model, en we bespreken het gesloten zijn onder het nemen an producten van modale dekpuntslogica's. We laten zien dat PDL, de modale μ-calculus en een fragment van de modale μ-calculus gesloten zijn onder het nemen an producten.